ISSN 1330–0016
CODEN FIZBE7

GEONS – CANDIDATES FOR THE ROLE OF THE INITIAL MICROBLACK HOLES AND THEIR IMPORTANCE FOR THE PLANCK PHYSICS

ALEXANDR P. KLIMETS

Ul. Kievskaya 97/44, Brest, 224020 Belarus

Received 7 September 1998; revised manuscript received 15 March 1999
Accepted 10 May 1999

The article describes exotic objects, the geons, which emerge as the result of gravitational attraction among massless energy quanta. It is shown that the formation of geons occurs at the energy $E_{\mathrm{Pl}} = 10^{19}$ GeV and leads to the rise of microscopic black holes of a Planck dimension, Planck mass and two horizon events. It is shown that the formation of Planck geons is energetically more likely in 3-dimensional space than with "physics" of geons in a space of a different number of dimensions, what, as it appears, determined the 4-dimensional space-time at the very first moments after the "Big Bang". The problem of singularity in the theory of relativity is discussed. It is shown that, from the mathematical point of view, any space of finite dimensions of any extension can be placed in a dimensionless "point" of space of the Planck dimensions without the change of density of matter of the Metagalaxy. That theoretically solves the problem of physical singularities of the general theory of relativity.

PACS numbers: 11.15.Tk, 11.30.Qc, 11.30.Rd UDC 530.12

Keywords: gravitationally bound massless quanta, geons, microscopic black holes, singularities of the general theory of relativity

1. Введение

В работе [1] геоны определяются следующим образом. Это метастабильное объединение энергии электромагнитных или гравитационных волн, сдерживаемых воедино собственным гравитационным притяжением.

При построении геонов используются следующие соображения. Гравитационное ускорение, необходимое для удержания излучения на круговой орбите радиуса R, по порядку величины составляет c^2/R. Ускорение, имеющее место вследствие гравитационного притяжения в сгустке лучистой энергии с массой M, по порядку величины равно $\kappa M/R^2$, где κ ньютоновская константа тяготения. Оба этих ускорения совпадают по порядку величины, когда радиус $R \approx \kappa M/c^2$. При соблюдении этих условий можно получить сгусток излучения, которое удерживает себя собственным гравитационным полем [2]. В данном случае геоны представляют собой неквантованную классическую массу, не имеющую отношения к физике элементарных частиц.

В настоящей работе будет рассмотрена система, состоящая из двух гравитационно взаимодействующих фотонов. Будет показано, что при некоторой определенной энергии такая система превращается в планковский геон – частицу с размером $l_{\rm Pl} \approx 10^{-33}$ см, массой $m_{\rm Pl} \approx 10^{-5}$ г и сложной внутренней структурой, которая может быть охарактеризована как микрочёрная дыра в пространстве и времени.

Вполне вероятно, что такие объекты могли возникатъ в первые доли секунды "Большого Взрыва", поэтому теоретический анализ образования планковских геонов представляет собой определённый интерес.

2. Качественный квантово-теоретический анализ образования геонов

Известно, что масса покоя сложной системы определяется согласно формуле

$$M^2c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{P}^2\,, \tag{1}$$

где E полная энергия системы а $\vec{P}$ ее полный импульс. Пока частицы не взаимодействуют, энергия системы является суммой энергий частиц, образующих систему,

$$E = \sum_i \epsilon_i\,, \tag{2}$$

т.е., является аддитивной.

Полный импульс системы векторно складывается из импульсов отдельных частиц и аддитивен всегда,

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i\,. \tag{3}$$

Тогда (1) можно записать в виде

$$M^2c^2 = \frac{1}{c^2}\left(\sum_i \epsilon_i\right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2\,. \tag{4}$$

В системе отсчета, в которой полный импульс $\vec{P}$ равен нулю, получим

$$M = \frac{1}{c^2}\sum_i \epsilon_i\,. \tag{5}$$

Но энергию отдельной частицы всегда можно представить в виде суммы энергии покоя и кинетической энергии

$$\epsilon_i = m_i c^2 + T_i \,. \tag{6}$$

Тогда из (6) мы получим

$$M = \sum_i m_i + \frac{1}{c^2} \sum_i T_i \,. \tag{7}$$

Отсюда следует, что масса покоя системы превосходит сумму масс покоя составляющих частиц (деленную на c^2) вычисленную в системе отсчета, где полный импульс $\vec{P} = 0$.

Для системы, состоящей из безмассовых частиц, кинетическая энергия каждой частицы равна Pc, тогда из (7) получим

$$M = \frac{1}{c^2} \sum_i p_i c = \sum_i \frac{p_i}{c} \,, \tag{8}$$

т.е. в системе, где полный импульс $\vec{P} = 0$, "массу" каждого фотона можно определить как P/c.

Рассмотрим теперь систему взаимодействующих частиц. Формула (4) остается, конечно, в силе. Однако, вместо (2) нужно записать

$$E = \sum_i \epsilon_i + U \,, \tag{9}$$

где через U обозначена энергия взаимодействия частиц. Для устойчивой системй $U < 0$, поскольку в "равновесном", устойчивом состоянии должен быть минимум энергии.

Из (1), в системе отсчета, где $\vec{P} = 0$, получим

$$M = \frac{1}{c^2} \left(\sum_i \epsilon_i + U \right) \,, \tag{10}$$

или, иначе

$$M = \sum_i m_i + \frac{1}{c^2} \sum_i T_i + \frac{1}{c^2} U \,, \tag{11}$$

где мы воспользовались соотношением $\epsilon_i = m_i c^2 + T_i$, справедливым для каждой отдельной частицы. Величина U/c^2 в (11) является так называемым дефектом масс ΔM.

Для ультрарелятивистских частиц ($v \approx c$) для отдельной частицы имеем $\epsilon = cp$ и $m = 0$. Однако уже для двух (и более) частиц из (4) получим (поскольку $\sum_i \epsilon_i = c \sum_i p_i$)

$$M^2c^2 = \left(\sum_i p_i \right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i \right)^2 \neq 0 \, . \tag{12}$$

Это значит, что масса покоя системы, состоящей из частиц с массой покоя равной нулю, вовсе не равна нулю. В этом нет ничего удивительного, поскольку массы покоя не складываются.

Подставляя в (11) для безмассовых частиц $\sum_i m_i = 0$, получим

$$M = \frac{1}{c^2} \sum_i T_i + \frac{1}{c^2} U \, , \tag{13}$$

или

$$Mc^2 = \sum_i T_i + U \, . \tag{14}$$

Величина Mc^2 в (14) является полной энергией системы взаимодействующих безмассовых частиц в системе отсчета, где полный импульс равен нулю.

Обозначая $Mc^2 = E_n$ и $T_i = p_i c$, получим

$$E_n = \sum_i cp_i + U \, . \tag{15}$$

Для двух фотонов одинаковой энергии имеем

$$E_n = 2pc + U \, . \tag{16}$$

Подчеркнем, что, согласно (13), система из двух взаимодействующих фотонов обладает массой покоя M. Таким образом, всегда можно найти инерциальную систему отсчета, в которой скорость центра инерции системы из двух взаимодействующих фотонов V равна нулю.

В релятивистской механике радиус-вектор центра инерции замкнутой системы материальных точек находится по формуле

$$\vec{R} = \frac{\sum E \vec{r}}{\sum E} \, , \tag{17}$$

где E полная энергия системы и $\vec{r}$ радиус-вектор частицы. Относительная скорость двух фотонов должна быть равна скорости света c. Приведенный импульс системы из двух фотонов определим по аналогии с приведенной массой системы из двух массивных частиц, с учетом соотношения (8),

$$\frac{(p/c)(p/c)}{p/c+p/c}=\frac{p}{2c}\,. \tag{18}$$

Из (18) приведенный импульс двух одинаковых фотонов равен

$$p'=p/2\,. \tag{19}$$

Точка с радиус-вектором (17) равномерно движется со скоростью

$$\vec{V}=\frac{c^2\sum_i\vec{p}_i}{\sum E}\,, \tag{20}$$

которая является скоростью движения системы из двух взаимодействующих фотонов, как целого, т.е. скоростью геона, с массой покоя равной

$$M=\frac{1}{c^2}(2Pc)+\frac{1}{c^2}U\,. \tag{21}$$

Из общей теории относительности извесно, что любая форма энергии, в том числе энергия безмассовых квантов, способна генерировать гравитационное поле. Отсюда следует, что два одиночных фотона могут между собой гравитационно взаимодействовать и таким образом, образовать связанную систему, геон. (Отметим, что мы все время говорим "фотон" только для конкретности. Имеется в виду любой безмассовый квант энергии.)

В рамках классической физики Ньютона потенциальная энергия, $E_{\rm pot}$, создаваемая гравитационными полями масс M и m, имеет вид

$$E_{\rm pot}=-\kappa\frac{Mm}{R}\,, \tag{22}$$

где κ постоянная тяготения Ньютона, M и m гравитирующие массы и R расстояние между массами.

Воспользуемся соотношением (22) применительно к системе из двух гравитационно взаимодействующих фотонов одинаковой энергии. Тогда, согласно (8), в (22) необходимо подставить значения импульсов фотонов, деленных на скорость света, т.е. P/c. Соотношение (22) перепишется следующим образом

$$E_{pot}=-\frac{\kappa}{c^2}\frac{P^2}{R}\,. \tag{23}$$

Образовавшаяся система представляет из себя геон, определенный нами в Пар. 1.

Задачу о движении двух фотонов, взаимодействующих только друг с другом, по аналогии с двумя взаимодействующими массивными частицами, можно свести к задаче о движении одного фотона. Приведенный импульс системы из двух одинаковых фотонов, согласно (19), равен $P' = p/2$, где P' приведенный импульс и P импульс каждого из фотонов. Тогда полная энергия геона принимает следующий вид

$$E_n = E_{kin} + E_{pot} = cP' - \frac{\kappa P^2}{c^2 R} = \frac{1}{2} cP - \frac{\kappa P^2}{c^2 R}\,, \tag{24}$$

где c в первом слагаемом относительная скорость фотонов и равна скорости света.

Уравнение (24) можно переписать следующим образом

$$E_n = \frac{cP}{2}\left(1 - \frac{R_g}{R}\right)\,, \tag{25}$$

где $R_g = (2\kappa/c^3)P$ так называемый гравитационный радиус геона.

Отметим, что уравнения (24) и (25) справедливы не только для безмассовых частиц, но и для массивных ультрарелятивистских объектов. Однако в настоящей работе мы акцентируем внимание только на свойствах безмассовых частиц, как более фундаментальной (с точки зрения автора) формы материи.

Ниже будет показано, что (24) является приближением к правильному выражению для полной энергии геона (так как не учтен полный момент импульса системы и эффекты, возникающие в рамках общей теории относительности), однако можно уже сейчас исследовать зависимость $E(P)$ и $E(R)$ в (24).

Уравннение (24), описывающее полную энергию геона, аналогично уравнению для полной энергии атома водорода. Но здесь, в отличие от атома водорода. отсутствует центральное ядро, удерживающее фотоны на "круговой орбите". Тем не менее можно принять, что вся гравитирующая масса геона сосредоточена в центре инерции двух фотонов.

Из квантовой механики известно, что оценить энергию основного состояния атома водорода можно с помощью соотношения неопределенностей Гейзенберга. Аналогичным образом мы поступим и в данном случае. Чтобы использовать уравнение (24) в квантовой теории (в качественном приближении), будем рассматривать величины P и R, входящие в него, как неопределенности импульса и координаты. Отметим, что R в (24) характеризует размер области, занимаемой геоном. С другой стороны, R можно трактовать как радиус кривизны траектории фотонов. Когда импульс каждого из фотонов мал, радиус R стремится к бесконечности, т.е. взаимодействие фотонов практически отсутствует.

Согласно соотношению неопределенностей, величины P и R связаны друг с другом. Положим $PR = \hbar$, где $\hbar$ постоянная Планка. Получим

$$E(P) = \frac{cP}{2} - \frac{\kappa P^3}{\hbar c^2} = \frac{cP}{2}\left(1 - \frac{2P^2}{P_{\rm Pl}^2}\right). \tag{26}$$

Функция $E(P)$ имеет максимум при некотором значении $P = P_1$. Обозначим ее через E_1. Величину E_1 можно рассматривать как оценку энергии основного состояния геона, а величину $R_1 = \hbar/P_1$ как оценку линейных размеров геона. Приравнивая нулю производную $\mathrm{d}E(P)/\mathrm{d}P$, находим, что

$$P_1 = \left(\frac{\hbar c^3}{6\kappa}\right)^{1/2}, \qquad R_1 = \frac{\hbar}{P_1} = \left(\frac{6\kappa\hbar}{c^3}\right)^{1/2} \approx\ l_{\rm Pl} = 10^{-33}\ \mathrm{cm}$$

$$E_1 = \left(\frac{\hbar c^5}{54\kappa}\right)^{1/2} \approx 10^{19}\mathrm{GeV}\,.$$

Рисунок 1 показывает график зависимости $E(P)$.

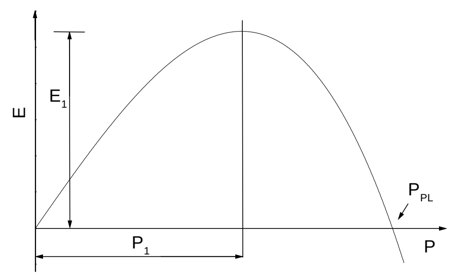


Рис. 1. Зависимость $E(P)$ от P. Параметри P_1 и E_1 удовлетворяют $\mathrm{d}E(P)/\mathrm{d}P = 0$.

Этот график нетрудно интерпретировать. Пока импульсы фотонов малы, создаваемое ими гравитационное поле является слабым и взаимодействие фотонов практически отсутствует. Когда же импульсы фотонов достигают значения P_1 (а это уже область планковских масштабов), происходит изменение ситуации. Энергия связи фотонов оказывается довольно значительной. При достижении фотонами импульса $P_{\rm Pl} = \sqrt{\hbar c^3/\kappa}$, полная энергия геона становится равной нулю, дефект массы геона “съедает” всю кинетическую энергию фотонов.

Из Рис. 1 видно, что свободных фотонов с энергией больше 10^{19} ГэВ в природе быть не может. На этом энергетическом рубеже безмассовые кванты энергии взаимодействуют друг с другом, превращаясь в планковские геоны, фактически же планковский геон превращается в микроскопическую черную дыру с размером $l_{\rm Pl} \approx 10^{-33}$ см, что будет показано ниже.

Используя соотношение неопределенностей, найдем из (24) зависимость $E(R)$. Имеем

$$E(R) = \frac{\hbar c}{2R} - \frac{\hbar^2 \kappa}{c^2} \frac{1}{R^3} = \frac{\hbar c}{2R} \left(1 - \frac{2 l_{\rm Pl}^2}{R^2} \right) , \tag{27}$$

где $l_{\rm Pl}$ фундаментальная планковская длина. $E(R)$ в (27) имеет максимум при $R_1 = \sqrt{6\kappa\hbar/c^3}$. Рисунок 2 показывает график зависимости $E(R)$.

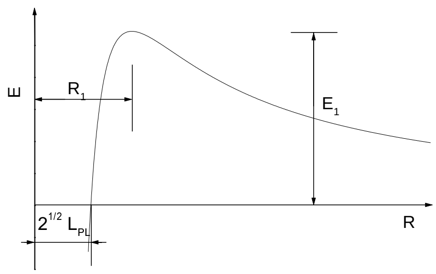


Рис. 2. Зависимость $E(R)$ от R.

Точка пересечения графика функции $E(R)$ с осью R в данном приближении соответствует горизонту событий, отстоящем от сингулярного состояния геона ($R = 0$) на расстоянии $\sqrt{2}\, l_{\rm Pl}$. Отметим, что для внешнего наблюдателя уменьшение полной энергии геона с ростом импульсов фотонов выглядит, как уменьшение их частоты "покраснение"), что непосредственно связано с замедлением временных процессов вблизи горизонта событий.

Полное решение задачи о движении частицы в центральном поле можно получить, исходя не только из законов сохранения энергии, но и момента.

В классической механике для полной энергии двух гравитационно взаимодействующих массивных тел мы имели бы следующее выражение

$$E = \frac{\mu (\dot{r})^2}{2} + \frac{N^2}{2\mu r^2} + U(r) , \tag{28}$$

где μ приведенная масса, N орбитальный момент импульса приведенной массы и $U(r)$ потенциальная энергия взаимодействия частиц.

Для геона в принятом нами приближении уравнение (28) перепишется следующим образом

$$E = cP' \left(1 - \frac{R_g}{R} + \frac{P_\phi^2}{(2P')^2} \right) , \tag{29}$$

где P' приведенный импульс фотонов, R_g гравитационный радиус геона и $P_\phi = N/R$ орбитальный импульс "приведенного фотона".

Наличие центробежной энергии, обращающейся при $R \to 0$ в бесконечность как $1/R^2$ приводит обычно к невозможности проникновения движущихся частиц к центру поля ($R = 0$), даже если последнее само по себе имеет характер притяжения. Таким образом, наличие центробежной энергии должно снять проблему сингулярного состояния геона при увеличении импульсов каждого из фотонов. В следующем параграфе мы увидим, что это действительно так.

Необходимость рассмотрения в данном параграфе взаимодействия фотонов в рамках ньютоновской физики обусловлено тем, что при таком подходе естественным образом появляется величина $R_g = (2\kappa/c^3)P$, которую можно трактовать как гравитационный радиус геона. В рамках же общей теории относительности сразу обосновать появление этой величины несколько сложнее. Тем не менее ясно, что для более полного анализа необходимо обратиться к общей теории относительности, описывающей сильные гравитационные поля.

3. Геоны в общей теории относительности

Рассмотрим движение "приведенного фотона" в центрально-симметричном гравитационном поле. Как и во всяком центральном поле, движение будет происходить в одной плоскости, проходящей через начало координат. Выберем эту плоскость в качестве плоскости $\theta = \pi/2$. Воспользуемся уравнением Гамильтона-Якоби, с учетом того, что масса покоя частицы равна нулю,

$$g^{ik} \frac{\partial S}{\partial x^i} \frac{\partial S}{\partial x^k} = 0\,,$$

где S действие. Коэффициенты g^{ik} возьмем из решения Шварцшильда. Тогда получим уравнение движения "приведенного фотона" в центрально-симметричном гравитационном поле

$$\mathrm{e}^{-\nu} E^2 - \mathrm{e}^{\nu} (P_R')^2 c^2 - \frac{N^2}{R^2} c^2 = 0\,, \tag{30}$$

где $\mathrm{e}^{\nu} = 1 - R_g/R$, $R_g = (2\kappa/c^3)P_R$ гравитационный радиус геона, P_R импульс каждого из фотонов в радиальном направлении, N орбитальный момент импульса "приведенного фотона" и Nc/R центробежная энергия "приведенного фотона" [3].

Взаимодействие фотонов учтено в (30) с помощью определенного в Пар. 2 гравитационного радиуса геона $R_g = (2\kappa/c^3)P_R$. Разложим (30) в ряд по степеням $1/R$. Получим

$$E = cP' \left(1 - \frac{R_g}{R} + \frac{P_\phi^2}{(2P')^2} \cdots \right)\,, \tag{31}$$

Как можно видеть из этого разложения, в третьем приближении оно совпадает с уравненнием (29).

Момент импульса N существенным образом влияет на график зависимости полной энергии геона от R вблизи сингулярной точки $R = 0$.

Действительно перепишем (30) следующим образом

$$E^2 = \left(1 - \frac{2\kappa}{c^3} P_R^2\right)^2 \frac{c^2 P_R^2}{4} + \left(1 - \frac{2\kappa}{c^3} P_R^2\right) P_\phi^2 c^2 \,. \tag{32}$$

Полный момент импульса "приведенного фотона" состоит из орбитального момента $\vec{l}$ и спинового момента $\vec{S}$, которые складываются векторно. В квантовой механике полный момент импульса может принимать значения, кратные $\hbar$

$$J^2 = \hbar^2 j(j+1)\,,$$

где j квантовое число полного момента импульса частицы. Из сказанного следует, что выражение для центробежной энергии "приведенного фотона" будеть иметь вид

$$P_\phi^2 c^2 = \frac{\hbar^2 c^2}{R^2}\, j(j+1)\,.$$

С другой стороны, вместо значения импульса P_R в (32) можно подставить величину $\hbar/R$. Таким образом, уравнение (32) для полной энергии геона необходимо записать следующим образом

$$E^2 = \frac{\hbar^2 c^2}{4R^2}\left(1 - \frac{2l_{\mathrm{Pl}}^2}{R^2}\right)^2 + \frac{\hbar^2 c^2}{R^2}\left(1 - \frac{2l_{\mathrm{Pl}}^2}{R^2}\right)[j(j+1)]\,, \tag{33}$$

где $l_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\kappa\hbar/c^3}$ фундаментальная планковская длина.

Отметим, что если для одиночного фотона полный момент импульса j пробегает значения 1, 2, 3, $\ldots (j \neq 0)$, то для системы из двух фотонов полный момент импульса j пробегает значения 0, 2, 4, ... Значения $j = 1$ невозможно [4].

При $j = 0$ график функции $E(R)$, согласно (33), будет аналогичен графику на Рис. 2. Пусть $j = 2$. Тогда из (33) будем иметь

$$E^2 = \frac{\hbar^2 c^2}{4R^2}\left(1 - \frac{2l_{\mathrm{Pl}}^2}{R^2}\right)^2 + \frac{6\hbar^2 c^2}{R^2}\left(1 - \frac{2l_{\mathrm{Pl}}^2}{R^2}\right)\,. \tag{34}$$

В соответствии с (34), графики функции $E^2(R)$ и $E(R)$, показаны на Рис. 3.

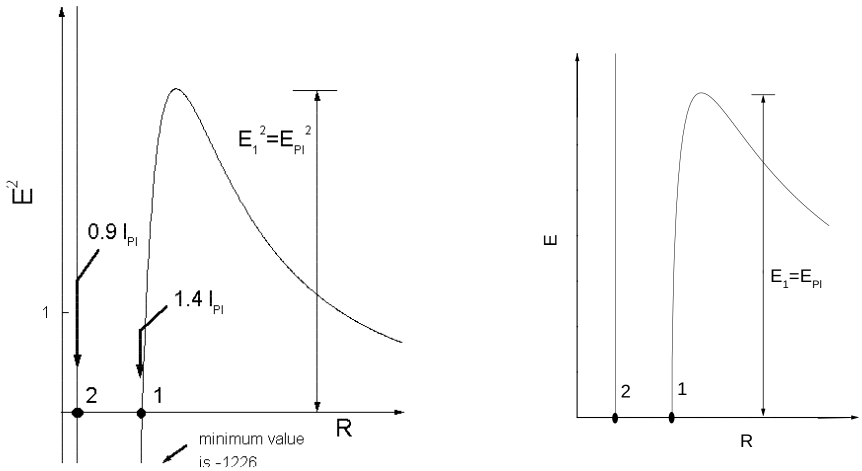


Рис. 3. Зависимость $E^2(R)$ и $E(R)$ от R.

На Рис. 3 изображены только правые части графиков $E^2(R)$ и $E(R)$ при $R > 0$. При $R < 0$ левая часть графика симметрична его правой части. Также видно, что наличие центробежной энергии в корне меняет поведение геона вблизи сингулярности $R = 0$. Геон в этом случае имеет не один, а два горизонта событий, внешний и внутрений (точки 1 и 2), разделенные промежутком $0.5 l_{\text{Pl}}$ (кроме случая $j = 0$).

Сингулярное состояние достигается геоном при $R = 0$. Однако из Рис. 3 видно, что при приближении геона к сингулярному состоянию его полная энергия растет, что соответствует отталкиванию от сингулярности.

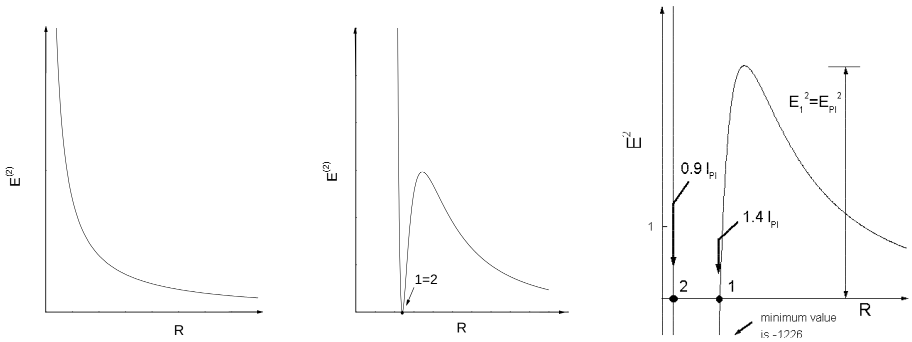
Таким образом область R, меньшая $0.9\ l_{\text{Pl}}$, соответствует антигравитации. Рост полной энергии геона и, соответственно, отталкивание от сингулярной точки обусловлен центробежной энергией геона.

Как видно из Рис. 3, решение Шварцшильда для двух взаимодействующих фотонов при $j \geq 2$ характеризуется наличием двух горизонтов событий, что отлично от решения Шварцшильда для массивых тел с одним горизонтом событий. Это и неудивительно. "Падение" фотонов на гравитирующий "центр" при росте их импульса характеризуется не только радиальным импульсом P_R, но и тангенциальной составляющей их движения, импульсом P_ϕ.

Область между точками 1 и 2 на Рис. 3б является мнимой (т.е. ненаблюдаемой) полной энергией геона, что присуще любой черной дыре в ОТО.

Отметим также, что в геоне при $j \geq 2$ выполняется так называемое правило космической этики: "нельзя обнаружить сингулярность", сформулированное Пенроузом [8].

Действительно, сингулярность , открытая во внешний мир и доступная наблюдателю, на графике $E^2(R)$ имела бы вид показан на Рис. 4а.



Риц. 4. Зависимость E^2 от R.

Рисунок 4б отражает ситуацию так называемого экстремального керровского отона (вращающейся черной дыры), когда оба горизонта событий (точки 1 и 2) сливаются. Наконец Рис. 4в отражает ситуацию с двума разделенными горизонтами событий. В случае вращающейся массивной черной дыры расстояние между горизонтами событий зависит от скорости вращения. Однако в геоне скорость фотонов на "круговой орбите" максимальна и равна c, тем не менее здесь оба горизонта событий разделены промежутком $0.5\, l_{\mathrm{Pl}}$, что и подтверждает правило сформулированное Пенроузом.

Уравнение (32) для полной энергии геона можно исследовать не только качественно, как в данном случае, но и подвергнуть строгому квантовотеоретическому анализу. Тем не менее изложенное выше качественное рассмотрение взаимодействия фотонов в планковских масштабах позволяет понять многие существенные стороны поведения материи на наиболее глубоком уровне физической реальности.

Отметим также следующий момент. Изложенные выше рассуждения по гравитационному взаимодействию двух фотонов в принципе можно перенести и на одиночный безмассовый квант энергии, взаимодействующий с собственным гравитационным полем. Полная энергия такого самодействующего фотона будет аналогична соотношениям (32) и (33). В данном случае необходимо только найти правильную интерпретацию величины R (например, можно сопоставитьR с длинои волны λ светового кванта). Тогда, при энергии светового кванта $E_{\mathrm{Pl}} = 10^{19}$ ГэВ, он должен превратиться в микроскопическую черную дыру (коллапсировать). При этом полный момент импульса фотона j не может принимать значения равные 0 в силу поперечного характера волновой функции фотона. Это автоматически исключает возможность достижения коллапсирующим фотоном сингулярного состояния из-за отталкивающего характера центробежной энергии $P_\phi c$. Поэтому одиночный фотон, взаимодействующий с собственным гравитационным полем, с физической точки зрения, более предпочтителен, чем система из двух фотонов, в которой возможно состояние $j = 0$. Однако подобная возможность гравитационного коллапса одиночного фотона, видимо, предполагает наличие у фотона внутренней структуры и, следовательно, его массы покоя, что не соответствует действительности. Поэтому мы здесь не рассматривали подробно этот вариант, хотя, исходя из общих соображений (наличие у фотона собственной гравитационной энергии) он вполне допустим.

4. Геоны и размерность физического пространства-времени

Сейчас, по всеобщему убеждению специалистов, при планковских параметрах $l \approx l_{\rm Pl}$, $t \approx t_{\rm Pl}$, $m \approx m_{\rm Pl}$ формируется истинная физика в том смысле, что понимание происходящих процессов в этой области приведет к построению единой теории поля, квантовой теории гравитации, созданию теории происхождения метагалактики и количественному представлению физической геометрии. Это относится и к такой фундаментальной характеристике пространства, как его размерность.

Из топологической теории размерности следует, что размерность пространства задается размерностью порождающего его элемента. То есть свойство пространства быть n-мерным в точке P топологически инвариантно [5]. Поэтому мы должны принять к сведению 4-мерный характер элементарного физического события в микромире в качестве источника размерности реального пространства-времени.

Существует также параметрическое понятие размерности пространства-времени, характеризуемое числом независимых параметров, необходимых для задания точки (элементарного события). В физике в основном используется именно это понятие.

Подчеркнем, что никакого пространства самого по себе (как и времени), как особой физической сущности, нет. С релятивистской точки зрения понятие "пространство" выражает только совокупность отношений, складывающихся в движении и взаимодействии реальных физических обьектов. Вакуум нельзя определить как пространство, так как в нём нет отношений. Поэтому вакуум не обладает определенной мерностью, но число независимых взаимоотношений между частицами в вакууме может быть разным. Это число и определяет параметрическую размерность. Размерность пространства проявляется во взаимодействиях объектов, в их отношениях. Тогда очевидно, что взаимодействия в трех независимых направлениях чем-то предпочтительнее, чем взаимодействия в n-независимых направлениях.

Покажем, что в рамках модели геона можно ответить на вопрос: "Почему у наблюдаемого пространства именно три измерения?" При рассмотрении этого вопроса мы воспользуемся результатами, полученными в свое время П. Эренфестом [6]. Эренфест рассматривает "физику" в n-мерном пространстве $\mathcal{U}^{(n)}$. При этом закон взаимодействия с точечным центром он выводит (аналогично трехмерному случаю) из дифференциального уравнения Пуассона в $\mathcal{U}^{(n)}$ для потенциала, определяющее это взаимодействие.

Фундаментальные физические законы взаимодействий задаются в вариационой форме. Лагранжиан для простейшего случая скалярного безмассового поля $\phi(t, x^1, x^2, \ldots, x^n)$ имеет вид

$$\alpha = \left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2 - \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x^\kappa}\right)^2 . \tag{35}$$

Этот Лагранжиан приводит к уравнению Пуассона и, следовательно, к полю точечного центра $\phi \approx R^{n-2}$ ($\phi \approx \ln R$ при $n = 2$). Размерность пространства учитывается в (35) только в виде условия на множество значенй, которые может принимать индекс K. В (3+1)-мерном случае $K = 0, 1, 2, 3$. Таким образом, (35) позволяет получить соответствующую часть физики в пространстве любой размерности. Уравнение Пуассона как раз математически эквивалентно указанному Лагранжиану (с естественным обобщением на другие поля).

В сферически симметричном случае в $\mathcal{U}^{(n)}$ из уравнения Пуассона или из закона Гаусса для напряженности поля следуют выражения для потенциальной энергии

$$E^{(n)}_{\mathrm{pot}} = -\kappa\,\frac{Mm}{(n-2)R^{n-2}}, \qquad n \geq 3\,, \tag{36}$$

$$E^{(2)}_{\mathrm{pot}} = \kappa\, Mm \ln R, \qquad n = 2\,, \tag{37}$$

$$E^{(1)}_{\mathrm{pot}} = \kappa\, MmR, \qquad n = 1\,, \tag{38}$$

где M и m массы тел и κ константа взаимодействия.

Для гравитационно взаимодействующих фотонов выражения (36), (37) и (38) примут следующий вид

$$E^{(n)}_{\mathrm{pot}} = -\frac{\kappa P_R^2}{c^2(n-2)R^{n-2}} = -\frac{\kappa\hbar^2}{c^2(n-2)R^2R^{n-2}}\,, \tag{36$'$}$$

$$E^{(2)}_{\mathrm{pot}} = \frac{\kappa}{c^2}P_R^2\ln R = \frac{\kappa\hbar^2}{c^2}\,\frac{\ln R}{R^2}\,, \tag{37$'$}$$

$$E^{(1)}_{\mathrm{pot}} = \frac{\kappa}{c^2}P_R^2 R = \frac{\kappa\hbar^2}{c^2}\,\frac{1}{R}\,. \tag{38$'$}$$

В полную потенциальную энергию системы входит и центробежная энергия геона $P_\phi c = (N/R)c$, форма которой, однако, не зависит от размерности пространства, точно также, как не зависит от размерности пространства форма для энергии “приведенного фотона” $e = P'c$. С другой стороны, центробежная энергия играет роль только в третьем приближении, поэтому далее в выражениях для полной энергии геона в пространствах $\mathcal{U}^{(n)}$ мы не будем ее учитывать (в целях упрощения графиков). Тогда уравнения для полной энергии геона в пространствах $\mathcal{U}^{(n)}$ будут иметь вид (при условии, что $\kappa = c = \hbar = 1$)

$$E^{(n)}(R) = \frac{1}{2R}\left(1 - \frac{2}{(n-2)R^{n-1}}\right), \qquad n \geq 3\,, \tag{39}$$

$$E^{(2)}(R) = \frac{1}{2R}\left(1 + \frac{2}{R}\ln R\right)\,, \qquad n = 2\,, \tag{40}$$

$$E^{(1)}(R) = \frac{1}{R}\,, \qquad n = 1\,. \tag{41}$$

Обратим внимание на то, что на графиках зависимости энергии геона от R точка максимума является характерной точкой, лежащей в области энергий $E_{\mathrm{Pl}} = 10^{19}$ ГеВ. Именно в ней начинается "падение" фотонов на гравитирующий "центр" и образование планковского геона.

Построим графики зависимости полной энергии геона $E(R)$ в пространствах с размерностями 1, 2, 3, 4, 5, ..., n в соответствии с соотношениями (39), (40) и (41) (смотри Рис. 5).

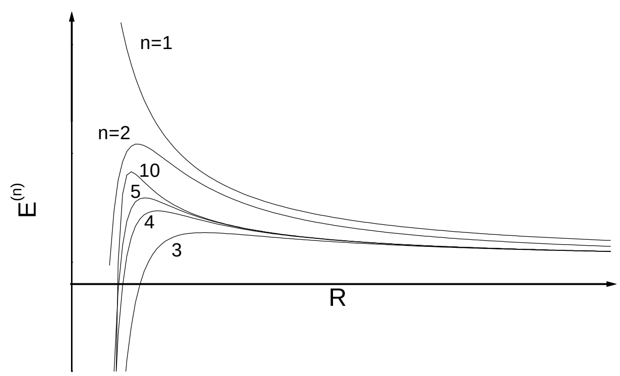


Рис. 5. Зависимость полной энергии геона $E(R)$ от R в пространствах $\mathcal{U}^{(1)}$, $\mathcal{U}^{(2)}$, $\mathcal{U}^{(3)}$, $\mathcal{U}^{(4)}$, $\mathcal{U}^{(5)}$ и $\mathcal{U}^{(10)}$.

Из Рис. 5 видно, что максимумы кривых $E(R)$ в пространствах $\mathcal{U}^{(1)}$, $\mathcal{U}^{(2)}$, $\mathcal{U}^{(4)}$, $\mathcal{U}^{(5)} \ldots \mathcal{U}^{(n)}$ лежат выше максимума кривой $E(R)$ в $\mathcal{U}^{(3)}$. Это означает, что образование планковских геонов. с энергетической точки зрения, наиболее выгодно в $\mathcal{U}^{(3)}$. Из Рис. 5 видно. что геоны могут образовываться и в пространствах других размерностей (кроме $\mathcal{U}^{(1)}$), но минимальная энергия фотонов, необходимая для образования геонов, присуща именно 3-мерному пространству. Очевидно, это справедливо и для полной энергии любых других взаимодействий в поле центральных сил.

Если исходить из принципа, что любая физическая система стремится реализоваться в состоянии с наименьшей энергией,то вполне очевидно, что выбор 3-мерного пространства из свех других возможностей при формировании наблюдаемой Метагалактики был заранее предрешен.

Таким образом, в модели геона выясняется причина предпочтения взаимодействий в трех независимых направлениях по отношению к взаимодействиям в n-независимых направлениях.

Отметим, что уровни энергии с $n = 1, 2, 3, 4, \dots k$ на Рис. 5 напоминают дискретную часть спектра атома водорода, поэтому возникает интересный вопрос: возможны ли квантовые переходы геона из основного состояния с $n = 3$ в пространства другой мерности (перестройка пространственных отношений в возбужденных состояниях геона)? Вполне вероятно, что в планковских масштабах указанные переходы действительно происходят.

5. Проблема сингулярностей в общей теории относительности

Одной из трудностей ОТО является проблема сингулярностей, которая фактически возникла с момента получения Фридманом [7] нестационарных космологических решений уравнений ОТО и еще более обострилась в связи с задачей о релятивистском гравитационном коллапсе [8].

Сингулярность обозначает состояние бесконечной плотности материи, что свидетельствует о недостаточности ОТО.

Что же может равноценным и универсальным образом противостоять гравитационному притяжению и в чем физическая сущность отталкивательных движений? Противостоять притяжению может движение по инерции и наличие центробежной энергии. Уже в модели геона мы видим, что на планковском уровне сингулярное состояние материи недостижимо из-за наличия у безмассовых квантов энергии центробежной энергии $P_\phi c$. На этом уровне движение частиц происходит со скоростью света, причем на расстояниях $l_{\rm Pl} = 10^{-33}$ см центробежная энергия становится преобладающей над энергией притяжения частицы к сингулярной точке, что в конечном счете не позволяет физической материи прийти в состояние ее бесконечной плотности (при $j \geq 2$).

С чисто математической точки зрения есть еще одна возможность избежать сингулярного состояния материи [9]. Зададимся вопросом, каким образом мы могли бы разместить пространство любой протяженности в "точке" с линейным размером $l_{\rm Pl} = 10^{-33}$ см? Рассмотрим простой пример. Возьмем обычную книгу, 3-мерный объект. Количество информации в виде букв в книге занимает объем $\mathcal{V}$. Пусть это же количество информации необходимо разместить в 2-мерном пространстве, т.е. на плоскости. В виде строк информация займет площадь S со стороной квадрата $a(2)$. Ясно, что $a(2) > a(3)$ где $a(3)$ сторона 3-мерного куба, изображающего книгу. Это же количество информации, помещенное в одномерное пространство, в виде строки растянется в длину величиной $a(1)$, причем

$$a(1) > a(2) > a(3)\,.$$

Интуитивно ясно, что при увеличении числа измерений пространства для одного и того же количества информации нам потребуется n-мерный объем со все меньшей стороной $a(n)$ соответствующего n-мерного "куба", то есть

$$a(1) > a(2) > \ldots a(k) > \ldots a(n)\,.$$

Нетрудно показать, что $a(n)$ и $a(k)$ связаны следующим соотношением

$$a(n) = a(k)^{k/n}\,. \tag{42}$$

Действительно, (42) следует из равенства объемов информации (вещества) в том или ином n-мерном пространстве.

$$\mathcal{V}(1) = \mathcal{V}(2) = \ldots = \mathcal{V}(k) = \ldots = \mathcal{V}(n)\,. \tag{43}$$

И так как $\mathcal{V}(1) = a(1)^1$, $\mathcal{V}(2) = a(2)^2$, $\ldots \mathcal{V}(k) = a(k)^k$, $\ldots \mathcal{V}(n) = a(n)^n$, то отсюда и следует (42).

Для 3-мерного пространства из (42) получим следующее соотношение

$$a(n) = a(3)^{3/n}\,. \tag{44}$$

Из соотношения (44) следует интересный вывод. Предположим, нам необходимо разместить всю наблюдаемую Вселенную вместе с веществом в элементарном n-мерном "кубике" со стороной, равной величине планковской единице длины $l_{\rm Pl} = 10^{-33}$ см. Сколько измерений пространства нам для этого потребуется?

Размер наблюдаемой Метагалактики равен 10^{28} см, или, в единицах планковской длины, $10^{61} l_{\rm Pl}$. Из соотношения (44) имеем

$$10^1 l_{\rm Pl} = (10^{61} l_{\rm Pl})^{3/n}\,. \tag{45}$$

Из (45) видно, что уже при 183 измерениях пространства всю наблюдаемую Метагалактику можно разместить в 183-мерном "кубике" со стороной равной 10 $l_{\rm Pl}$, т.е. фактически в точке (183-мерной). Причем плотность вещества в таком "кубике" останется равной плотности вещества, находящегося в 3-мерном пространстве наблюдаемой Метагалактики.

Действительно, плотность вещества в n-мерном пространстве определяется следующим образом: $\rho(n) = M/\mathcal{V}(n)$, где M масса вещества наблюдаемой Метагалактики, $\mathcal{V}(n)$ объем n-мерного пространства и $\rho(n)$ плотность в n-мерном пространстве. И так как, по условию, $\mathcal{V}(3) = \mathcal{V}(183)$, то и $\rho(3) = \rho(183)$. Нетрудно также видеть, что в бесконечномерной "точке" (с размером l_{Pl}) можно разместить любое конечномерное пространство любой протяженности.

Отсюда можно предположить, что сингулярная "точка", из которой, согласно ОТО, возникла наша Вселенная, была многомерной и эта "точка" первоначально могла быть всем "миром", вакуумным состоянием без всякой макроскопической протяженности.

Можно также предположить, что при коллапсе черных дыр при достижении веществом черной дыры определенной плотности вещество в сингулярности черной дыры "выдавливается" в иные измерения пространства на расстояния по крайней мере порядка планковской длины.

В современной физике действительно имеют место теории, где иные измерения пространства скомпактифицированы до планковских размеров. Эти теории правдоподобно объясняют наблюдаемый спектр элементарных частиц и их взаимодействия [10].

Таким образом, мы видим, что сингулярное состояние материи можно избежать двумя способами: 1) физически – учитывая центробежную энергию ультрарелятивистских частиц в планковских масштабах и 2) математически-признав многомерный характер пространства в тех же масштабах.

6. Заключение

В рамках ОТО рассмотрена модель геона – объекта с линейным размером $l_{\mathrm{Pl}} = 10^{-33}$ см и массой $m_{\mathrm{Pl}} = 10^{-5}$ г (планковская длина и масса). Здесь мы вплотную приблизились к области, где действуют законы планковской физики. Какие можно сделать выводы?

Фундаментальная планковская длина и масса видимо, могут появиться только в модели геона. Именно здесь константы $\hbar$, c и κ объединяются естественным образом. В противовес феноменологическим концепциям теорий, где планковские величины насильно вводятся в 4-мерный континуум, в рамках модели геона l_{Pl} и m_{Pl} появляются автоматически, как следствие гравитационного взаимодействия безмассовых квантов энергии.

Планковские геоны могут претендовать на роль "истинно элементарных частиц". При этом, как явствует из статьи, "истинно элементарные частицы" в итоге оказываются микроскопическими черными дырами, что, вероятнее всего, решает проблему ультрафиолетовых расходимостей в квантовой теории поля. Действительно, как отмечалось в [11], многочисленные попытки ввести в рамках СТО фундаментальную длину, чтобы построить свободную от расходимостей теорию, неизбежно приводит к нарушению принципа причинности. Однако в [11] было показано, что в рамках ОТО длина l_{Pl} лишала бы понятие пространства внутри сферы Шварцшильда его физического смысла, а R_g отделяло бы эту область от реального мира физических явлений, сохраняя в нем причинные связи в их первоначальном виде. Планковские геоны как раз и являются объектами с указанными свойствами.

В настоящее время в квантовой теории поля расходящиеся интегралы берут по всей области квантовой энергии вплоть до бесконечных значений, пренебрегая гравитационными эффектами, в то время как в планковских геонах проблема граничного импульса решается положительно.

Большинство современных моделей Вселенной опирается на допущение, что в течение времени от планковского $t_{\rm Pl} = 10^{-43}$ с до $t_u = 10^{-35}$ с (время, характерное для большого объединения) Вселенная развивалась по де Ситтеру и увеличила свои размеры от планковского (10^{-33} см) до гиганского размера, существенно превышающего размеры Метагалактики. В некоторых моделях размер "пузыря" достигает 10^{10^6} см. Если это действительно так, то ясно, что планковские геоны, возникающие при $E_{\rm Pl} = 10^{19}$ ГэВ, оказываются разбросанными на огромные расстояния и потому их экспериментальное обнаружение вряд ли возможно. Однако существуют и другие сценарии образования Метагалактики, например, концепция отонных миров [12], также решающая многие космологические проблемы (перепроизводство монополей, начальная сингулярность, проблема горизонта и однородности Вселенной, проблема плоскостности), но без привлечения инфляционной стадии.

References

[1] C. Misner and J. Wheeler, Ann. Phys. **2** (1957) 525.

[2] Дж. Уилер, *Гравитация, нейтрино, Вселенная*, Мир, Москва (1970) 64.

[3] Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1967) с. 371.

[4] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц и Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория*, часть 1, Наука, Москва (1968) с. 33 и 47.

[5] В. Гуревич и Г. Волмен, *Теория размерности*, Гостехиздат, Москва (1948) с. 31.

[6] P. Ehrenfest, Proc. Dutch Acad. (Amsterdam) **20** (1917) 200.

[7] А. А. Фридман, *Избранные труды*, Наука, Москва (1966) с. 229.

[8] R. Penrose, Phys. Rev. Lett. **14** (1965) 57.

[9] А. П. Климец, *Физика и философия, Поиск истины*, Издательство "Форт", Брест (1997) с. 93.

[10] Ю. С. Владимиров, *Размерность физического пространства-времени и объединение взаимодействий*, Наука, Москва (1987).

[11] М. А. Марков, *Может ли гравитационное поле оказатся существенным в теории элементарных частиц?*, в сб. *Альберт Эйнштейн и теория гравитации*, Мир, Москва (1979) с. 467.

[12] А. П. Трофименко, *Теория относительности и астрофизическая реальность*, Наука и техника, Минск, (1992) 107.

GEONI – KANDIDATI ZA ULOGU POČETNIH MIKROCRNIH RUPA I NJIHOVA VAŽNOST U PLANCKOVOJ FIZICI

Razmatraju se eqzotični objekti, geoni, koji su posljedica gravitacijskog privlačenja među bezmasenim kvantima energije. Pokazuje se da se geoni javljaju na energiji $E_{\rm Pl} = 10^{19}$ GeV, što vodi na stvaranje mikroskopskih crnih rupa Planckove veličine. Pokazuje se da je stvaranje Planckovih geona vjerojatnije u 3-dimenzijskom prostoru nego "fizika" geona u prostoru s drugim brojem dimenzija, što je, kako se čini, odredilo 4-dimenzijski prostor-vrijeme u prvi trenucima nakon "Velikog praska". Raspravlja se problem singularnosti u teoriji relativnosti. Pokazuje se, polazeffli s matematičkog stajališta, da se bilo koji prostor konačne veličine može smjestiti u bezdimenzijski "točkast" prostor Planckove veličine bez promjene gustoffle Metagalaksije. Ovo teorijski rješava problem fizičkih singularnosti opffle teorije relativnosti.